

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2021

Проректор по образовательной деятельности

М. А. Соловьев



Физика
Вариант 0

Инструкция по выполнению работы

Для выполнения работы дается 3 астрономических часа (180 минут). Максимальный итоговый балл за выполненную работу – 100 баллов. Решение каждого задания должно сопровождаться пояснением. Пояснения должны содержать: схематический рисунок, если он необходим для решения задачи, физические законы, на основании которых решается данная задача, составление системы уравнений, решение полученной системы уравнений относительно **искомой величины в общем виде**, получение числового ответа в соответствии с требованиями к ответу, указанными в условии задачи. Максимальным баллом оценивается полное правильное решение задачи, приведшее к правильному ответу в общем виде и правильному числовому ответу.

Желаем успеха!

Ниже приведены справочные данные, которые могут понадобиться Вам при выполнении работы.

Десятичные приставки

Наименование	гига	мега	кило	гекто	деци	санти	мили	микро	нано	пико	фемто	атто
Приставка	Г	М	к	г	д	с	м	мк	н	п	ф	а
Множитель	10^9	10^6	10^3	10^2	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}	10^{-15}	10^{-18}

Константы

ускорение свободного падения	$g = 10 \text{ м/с}^2$
гравитационная постоянная	$G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
универсальная газовая постоянная	$R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
постоянная Авогадро	$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
постоянная Больцмана	$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
скорость света в вакууме	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
коэффициент пропорциональности в законе Кулона	$k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$
элементарный электрический заряд	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Постоянная Планка	$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Число π	$\pi = 3,14$

Соотношение между различными единицами

температура	$0 \text{ К} = -273 \text{ }^\circ\text{С}$	Масса частиц	
атомная единица массы	$1 \text{ а.е.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$	электрона	$9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
1 атомная единица массы эквивалентна	$931,5 \text{ МэВ}$	протона	$1,673 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
1 электрон-вольт	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$	нейтрона	$1,673 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$

Плотность

воды	1000 кг/м^3	керосина	800 кг/м^3	подсолнечного масла	900 кг/м^3
древесины	400 кг/м^3	ртути	13600 кг/м^3	алюминия	2700 кг/м^3
				железа	7800 кг/м^3

Удельная теплоемкость

воды	$4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	свинца	$130 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	Удельная теплота	
льда	$2,1 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	меди	$380 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	парообразования воды	$2,3 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$
железа	$460 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	алюминия	$900 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	плавления свинца	$2,5 \cdot 10^4 \text{ Дж/кг}$
чугуна	$500 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$			плавления льда	$3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$

Молярная масса

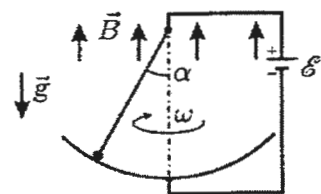
азота	$28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	кислорода	$32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$
аргона	$40 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	гелия	$4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$
водорода	$2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	углекислого газа	$44 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$
воздуха	$29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	лития	$6 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$

Нормальные условия:

давление 10^5 Па температура $0 \text{ }^\circ\text{С}$

1. Какая сила требуется, чтобы телу массой 2 кг, лежащему на горизонтальной поверхности, сообщить ускорение $0,2 \text{ м/с}^2$? Коэффициент трения между телом и поверхностью 0,02. Ответ представьте в единицах СИ.
2. Камень массой 2 кг падает с высоты 10 м и в момент падения на Землю имеет скорость 12 м/с. Какая работа по преодолению силы сопротивления воздуха была совершена при падении? Ответ представьте в единицах СИ.
3. В закрытом баллоне находится газ. Газ нагрели на 1 К. Необходимо определить температуру газа T_2 , если его давление увеличилось на 0,4% от первоначального. Ответ представьте в единицах СИ.
4. Имеется предназначенный для измерения разности потенциалов до 30 В вольтметр, сопротивление которого 2 кОм. Какое добавочное сопротивление надо взять, чтобы этим вольтметром измерить напряжение до 75 В? Результат представьте в единицах СИ.
5. Электрон движется по окружности радиусом 2 см в однородном магнитном поле с индукцией 0,02 Тл. Найдите кинетическую энергию электрона. Ответ представьте в килоэлектронвольтах и округлите до целого числа.
6. На дне стеклянной ванны лежит зеркало, поверх которого налит слой воды высотой 20 см. В воздухе на высоте 30 см над поверхностью воды висит лампа. На каком расстоянии от поверхности воды смотрящий в воду наблюдатель будет видеть изображение лампы в зеркале? Показатель преломления воды $n = 1,33$. Ответ представьте в единицах СИ и округлите до десятых. Углы считать малыми.
7. На гладкой горизонтальной поверхности находится маленький кубик массой $M = 2 \text{ кг}$. К его противоположным боковым граням прикреплены две одинаковые невесомые пружины жесткостью $k = 100 \text{ Н/м}$. Одна из пружин прикреплена другим концом к неподвижной стене. Свободный конец второй пружины приводится в движение внешней силой, направленной вдоль оси обеих пружин, и совершает гармонические колебания с амплитудой $A_0 = 0,02 \text{ м}$ и круговой частотой $\omega_0 = 20 \text{ с}^{-1}$. При этом груз также совершает гармонические колебания. Найдите их амплитуду A (в метрах). Ответ округлите до тысячных.

8. На конце невесомого проводящего стержня закреплен маленький металлический шарик, касающийся гладкой проводящей поверхности радиусом $R = 0,8 \text{ м}$. Второй конец стержня закреплен в центре сферы при помощи проводящего шарнира так, что стержень может вращаться без трения вокруг него, сохраняя электрический контакт со сферой. Эта система помещена в однородное вертикальное магнитное поле с индукцией $B = 0,5 \text{ Тл}$ и подключена к батарее так, как показано на рисунке. Если стержень закрутить вокруг вертикальной оси в определенном направлении с круговой частотой $\omega = 5 \text{ рад/с}$ и под некоторым углом α к вертикали, то этот угол и частота вращения в дальнейшем не будут изменяться. Определите (в градусах) угол α и (в вольтах) ЭДС батареи. Принять ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.



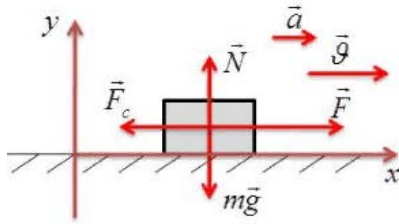
Председатель
предметной комиссии, доцент

Е. В. Лисичко

1. Какая сила требуется, чтобы телу массой 2 кг, лежащему на горизонтальной поверхности, сообщить ускорение $0,2 \text{ м/с}^2$? Коэффициент трения между телом и поверхностью 0,02. Ответ представьте в единицах СИ. (10 баллов)

Решение:

К данной задаче обязательно рисунок!!!



Делаем рисунок, расставляем силы, выбираем систему координат.
На данное тело действуют четыре силы, которые сообщают телу ускорение.

N – сила реакции опоры,

F – сила тяги,

mg – сила тяжести,

$F_c = F_{\text{тр}}$ – сила трения (сопротивления).

Запишем второй закон Ньютона в векторной форме:

$$\vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_c + m\vec{g} = m\vec{a} \quad (1)$$

В проекции на ось OX:

$$F - F_c = ma \quad (2)$$

В проекции на ось OY:

$$N - mg = 0 \quad (3)$$

Выражаем силу реакции опоры: $N = mg$ (4)

Сила трения определяется по формуле:

$$F_c = \mu N \quad (5)$$

Выражения (4) и (5) подставляем в (2)

$$F - \mu N = ma$$

$$F - \mu mg = ma$$

Находим силу:

$$F = ma + \mu mg \quad (6)$$

Подставляем числовые значения в выражение (6)

$$F = 2 \cdot 0,2 + 0,02 \cdot 2 \cdot 10 = 0,8 \text{ Н}$$

Ответ: 0,8 Н

2. Камень массой 2 кг падает с высоты 10 м и в момент падения на Землю имеет скорость 12 м/с. Какая работа по преодолению силы сопротивления воздуха была совершена при падении? Ответ представьте в единицах СИ. (10 баллов)

Решение:

Если бы не было сопротивления воздуха, то потенциальная энергия тела массой m на высоте h была бы равна кинетической энергии тела в момент удара (закон сохранения полной механической энергии). Но в данной задаче необходимо учесть работу по преодолению силы сопротивления воздуха.

Работа по преодолению силы сопротивления воздуха равна изменению механической энергии

$$A = mgh - \frac{mv^2}{2}$$

Рассчитываем потенциальную и кинетическую энергии, находим работу:

$$A = 2 \cdot 10 \cdot 10 - \frac{2 \cdot 12^2}{2} = 56 \text{ Дж}$$

Ответ: 56 Дж

3. В закрытом баллоне находится газ. Газ нагрели на 1 К. Необходимо определить температуру газа T_1 , если его давление увеличилось на 0,4% от первоначального. Ответ представьте в единицах СИ. (10 баллов)

Решение:

Введем обозначения:

P_1 – начальное давление газа,

P_2 – его конечное давление,

ΔP – изменение давления,

T_1 – начальная температура,

T_2 – конечная температура,

ΔT – изменение температуры,

V – объем газа.

Поскольку газ находится в закрытом сосуде, следовательно нагревание происходит при изохорном процессе:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (1)$$

Конечное давление P_2 равно сумме начального давления P_1 и изменения давления ΔP :

$$P_2 = P_1 + \Delta P \quad (2)$$

Конечная температура T_2 тоже равна сумме начальной температуры T_1 и ее изменения ΔT :

$$T_2 = T_1 + \Delta T \quad (3)$$

Подставляем выражения (3) и (2) и преобразуем, получаем:

$$\frac{\Delta P}{P_1} = \frac{\Delta T}{T_1} \quad (4)$$

Согласно условию задачи давление увеличилось на 0,4% от первоначального, следовательно $\frac{\Delta P}{P_1} = 0,004$, тогда согласно (4) $\frac{\Delta T}{T_1} = 0,004$,

Находим T_1

$$T_1 = \frac{\Delta T}{0,004} \quad (5)$$

Подставляем числовые значения в выражение (5)

$$T_1 = \frac{1}{0,004} = 250 \text{ К}$$

Ответ: 250 К

4. Имеется предназначенный для измерения разности потенциалов до 30 В вольтметр, сопротивление которого 2 кОм. Какое добавочное сопротивление надо взять, чтобы этим вольтметром измерить напряжение до 75 В? Результат представьте в единицах СИ. (10 баллов)

Решение:

Чтобы увеличить предел измерения вольтметра, последовательно ему подключают дополнительное сопротивление. Если с помощью вольтметра необходимо измерить напряжение, превышающее в n раз допустимое значение, то добавочное сопротивление должно удовлетворять следующему условию:

$$R_d = \frac{U - U_B}{U_B} R_B = (n - 1) R_B \quad (1)$$

В нашей задаче превышение $n = \frac{75}{30} = 2,5$ раза.

Из формулы (1) следует

$$R_d = (2,5 - 1)2000 = 3000 \text{ Ом}$$

Ответ: 3000 Ом

5. Электрон движется по окружности радиусом 2 см в однородном магнитном поле с индукцией 0,02 Тл. Найдите кинетическую энергию электрона. Ответ представьте в килоэлектронвольтах и округлите до целого числа. (10 баллов)

Решение:

Кинетическая энергия электрона определяется по формуле $E = \frac{m v^2}{2}$ (1)

Так как электрон движется в магнитном поле, на него действует сила Лоренца

$$F = q v B \quad (2)$$

Данная сила сообщает электрону центростремительное ускорение $a = \frac{v^2}{R}$ (3)

Следовательно $q v B = m \frac{v^2}{R}$ (4)

из данного выражения находим скорость

$$\vartheta = \frac{qBR}{m} \quad (5)$$

Выражение (5) подставляем в (1)

$$E = \frac{m}{2} \frac{q^2 B^2 R^2}{m^2} = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m} \quad (6)$$

Подставляем числовые значения в выражение (6)

$$E = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2 (0,02)^2 (2 \cdot 10^{-2})^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} = 22,5 \cdot 10^{-16} \text{ Дж}$$

Ответ просят представить в килоэлектронвольтах и округлить до целого числа. 1 килоэлектронвольт равен $1,6 \cdot 10^{-16}$ джоулей,

$$\text{следовательно } E = \frac{22,5 \cdot 10^{-16}}{1,6 \cdot 10^{-16}} = 14,0625 \text{ кэВ}$$

Округляем до целого числа.

Ответ: 14 кэВ

6. На дне стеклянной ванны лежит зеркало, поверх которого налит слой воды высотой 20 см. В воздухе на высоте 30 см над поверхностью воды висит лампа. На каком расстоянии от поверхности воды смотрящий в воду наблюдатель будет видеть изображение лампы в зеркале? Показатель преломления воды $n = 1,33$. Ответ представьте в единицах СИ и округлите до десятых. Углы считать малыми. (15 баллов)

Решение:

Построим мнимое изображение S' предмета S в плоском зеркале, расположенном в воде. На рисунке вводим все обозначения.

h - слой воды, который налит на зеркало
 H - высота от поверхности воды до лампы

n - показатель преломления воды

На основании закона преломления света:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \quad (1)$$

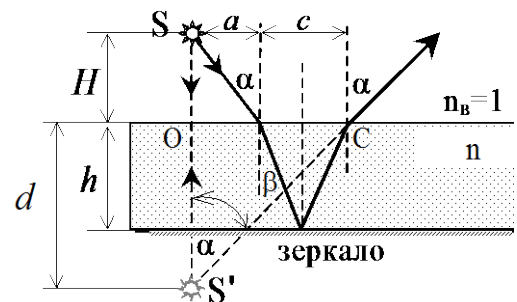
Из рисунка получаем выражение для отрезка OC :

$$OC = a + c = H \operatorname{tg} \alpha + 2h \operatorname{tg} \beta \quad (2)$$

Из $\triangle OCS'$ получаем выражение для отрезка OC :

$$OC = d \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (3)$$

С учетом условия малых углов α и β , т.е. $\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha$ и $\operatorname{tg} \beta \approx \sin \beta$, решаем систему уравнений (1) – (3) и получаем ответ в алгебраической форме:



$$d = H + \frac{2h}{n}.$$

Подставляем числовые значения и получаем числовой ответ:

$$d = 30 + \frac{2 \cdot 20}{1,33} = 60,075 \text{ (см)} \approx 60 \text{ (см)}.$$

Ответ: 0,6 м

7. На гладкой горизонтальной поверхности находится маленький кубик массой $M = 2$ кг. К его противоположным боковым граням прикреплены две одинаковые невесомые пружины жесткостью $k = 100$ Н/м. Одна из пружин прикреплена другим концом к неподвижной стене. Свободный конец второй пружины приводится в движение внешней силой, направленной вдоль оси обеих пружин, и совершает гармонические колебания с амплитудой $A_0 = 0,02$ м и круговой частотой $\omega_0 = 20$ с⁻¹. При этом груз также совершает гармонические колебания. Найдите их амплитуду A (в метрах). Ответ округлите до тысячных. (15 баллов)

Решение

Направим координатную ось Ox от стены вдоль оси обеих пружин и свяжем начало координат с точкой прикрепления пружины к стене. За начальный момент времени примем момент, когда длина прикрепленной к стене пружины максимальна.

Тогда в соответствии с условием задачи, координата кубика изменяется по закону

$$x(t) = l_0 + A \cos \omega t, \text{ где } l_0 - \text{длина недеформированной пружины.}$$

Отсюда ускорение кубика изменяется со временем по закону

$$a(t) = -A\omega^2 \cos \omega t,$$

а удлинение первой пружины, прикрепленной к стене, $\Delta x_1 = x(t) - l_0 = A \cos \omega t$.

Запишем для кубика второй закон Ньютона

$$Ma = k\Delta x_2 - k\Delta x_1,$$

где Δx_2 – удлинение второй пружины, свободный конец которой приводится в движение внешней силой. Отсюда

$$\Delta x_2 = \Delta x_1 + \frac{Ma}{k} = A\left(1 - \frac{M\omega^2}{k}\right) \cos \omega t.$$

Заметим, что координата X свободного конца второй пружины равна

$$X = l_0 + \Delta x_1 + l_0 + \Delta x_2 = 2l_0 + A\left(2 - \frac{M\omega^2}{k}\right) \cos \omega t.$$

Амплитуда и частота гармонических колебаний свободного конца второй пружины под действием внешней силы по условию равны, соответственно, A_0 и ω_0 .

Следовательно,

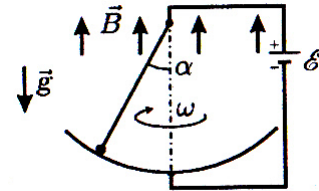
$$8. \quad A_0 = A \left| 2 - \frac{M\omega^2}{k} \right|$$

Поскольку $\omega = \omega_0 = 20$ с⁻¹ и

$$A = A_0 / \left| 2 - \frac{M\omega^2}{k} \right| \approx 0,003 \text{ м.}$$

Ответ: 0,003 м

9. На конце невесомого проводящего стержня закреплен маленький металлический шарик, касающийся гладкой проводящей поверхности радиусом $R = 0,8$ м. Второй конец стержня закреплен в центре сферы при помощи проводящего шарнира так, что стержень может вращаться без трения вокруг него, сохраняя электрический контакт со сферой. Эта система помещена в однородное вертикальное магнитное поле с индукцией $B = 0,5$ Тл и подключена к батарее так, как показано на рисунке. Если стержень закрутить вокруг вертикальной оси в определенном направлении с круговой частотой $\omega = 5$ рад/с и под некоторым углом α к вертикали, то этот угол и частота вращения в дальнейшем не будут изменяться. Определите (в градусах) угол α и (в вольтах) ЭДС батареи. Принять ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². (20 баллов)



Решение

Рассмотрим вначале процессы, которые будут происходить в данной системе, если сообщить сразу стержню заданную угловую скорость ω вращения вокруг вертикальной оси под определенным углом α к ней. При помещении системы в магнитное поле и подключении ее к источнику в цепи пойдет ток. Если отклонить стержень от вертикали, то на него со стороны магнитного поля начнет действовать сила Ампера, направленная перпендикулярно магнитному полю и стержню и заставляющая стержень раскручиваться вокруг вертикальной оси, проходящей через шарнир. При таком раскручивании стержня в магнитном поле на его концах возникает ЭДС индукции $E_{\text{инд}}$. Полярность батареи, направление магнитного поля \vec{B} и соответствующее этим условиям направление вращения стержня показаны на рисунке в условии задачи; в соответствии с правилом Ленца направление $E_{\text{инд}}$ противоположно направлению ЭДС батареи E .

При вращении один конец стержня неподвижен, а другой конец описывает за один период времени $T = \frac{2\pi}{\omega}$ окружность радиусом $R \sin \alpha$ в плоскости, перпендикулярной \vec{B} . Тогда

$$E_{\text{инд}} = \frac{BS}{T} = \frac{B\pi(R\sin\alpha)^2}{2\pi/\omega} = \frac{BR^2\omega\sin^2\alpha}{2}.$$

Поскольку $E_{\text{инд}}$ возрастает по мере увеличения частоты ω вращения стержня и угла α между стержнем и вертикалью, $E_{\text{инд}}$ в конце концов сравняется с ЭДС батареи E , ток перестанет протекать через стержень, и угол α и частота вращения ω стержня прекратит изменяться. В результате получится, что стержень движется как конический маятник длиной R с угловой скоростью ω под углом α к вертикали.

Найдем этот угол α . На шарик действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и суммарная сила реакции подвеса и опоры \vec{T} . Поскольку трения нет, то сила реакции опоры направлена, как и сила реакции подвеса, вдоль стержня. Равнодействующая всех сил является центростремительной силой $F_{\text{ц}} = m(R \sin \alpha)\omega^2$, обеспечивающей вращение шарика вокруг оси. Уравнения движения шарика имеют вид:

$$T \sin \alpha = m(R \sin \alpha)\omega^2; \quad mg - T \cos \alpha = 0.$$

Отсюда $\cos \alpha = g/\omega^2 R$ и $\alpha = \arccos(g/\omega^2 R) = 60^\circ$, а ЭДС батареи равна

$$E = E_{\text{инд}} = \frac{BR^2\omega\sin^2\alpha}{2} = \frac{BR^2\omega(1-\cos^2\alpha)}{2} = \frac{BR^2\omega(1-g^2/\omega^4 R^2)}{2} = 0,6 \text{ В}.$$

Теперь представим, что мы с самого начала закрутили стержень так, как показано на рисунке, задав начальные параметры ω , $\alpha = \arccos(g/\omega^2 R)$ и $E = \frac{BR^2\omega(1-g^2/\omega^4 R^2)}{2}$. Тогда очевидно, что в дальнейшем это вращение будет происходить с неизменной частотой ω и под найденным выше постоянным углом α к вертикали.

Примечание. Заметим, что если закрутить стержень в противоположном направлении, то ЭДС индукции будет складываться с ЭДС батареи, в цепи пойдет большой ток, сила Ампера быстро затормозит вращение стержня, и он остановится в вертикальном положении.

Замечание. У электродвигателей постоянного тока, вращающихся без нагрузки, ток холостого хода очень мал, несмотря на большое напряжение питания и небольшое сопротивление обмотки. Как и в только что разобранный задаче, в обмотке, вращающейся в магнитном поле, возникает «противоЭДС», почти полностью компенсирующее напряжение питания; малый ток через обмотку обеспечивает силу Ампера, необходимую только для преодоления небольших сил трения в двигателе.